ALGEBRA

TRABAJOS DE TEORIA DE EXPONENTES I

INDICADOR:
IDENTIFICA Y RESUELVE SITUACIONES PROBLEMÁTICAS, APLICANDO LAS LEYES DE EXPONENTES CORRECTAMENTE.

LEYES DE EXPONENTES

Son aquellas definiciones y teoremas que estudian a los exponentes a través de las operaciones de potenciación y radicación.

POTENCIACION

Es aquella operación matemática donde, dados dos elementos llamados base y exponente, se calcula un tercer elemento llamado potencia.

Exponente

Base → b^n = P ← Potencia

Ejemplo :
En : $2^5 = 32$
La base es 2, el exponente es 5 y la potencia es 32.

PRINCIPALES EXPONENTES

1. **EXPONENTE NATURAL**: Es aquel número entero y positivo (Z^+), que nos indica el número de veces que debe expresarse como multiplicación indicada una determinada base.

Ejemplos :

- $(3x)^3 = (3x)(3x)(3x)$
- $(2ay)^5 = (2ay)(2ay)(2ay)(2ay)(2ay)$
- $(2x+y)^{2004} = \underbrace{(2x+y)(2x+y)(2x+y)\ldots(2x+y)}_{2004 \text{ Veces}}$

En general :

$$a^n = \underbrace{a.a.a.\ldots.a.}_{\text{“n” veces}}$$

SEMANA 1

2. **EXPONENTE CERO** : Si “a” es cualquier número real no nulo, definimos :

$$\boxed{a^0 = 1} \Leftrightarrow a \neq 0$$

Si $a = 0 \Rightarrow 0^0$ (Indeterminado)

ALGEBRA

Ejemplos :

- $(-5)^0 = 1$
- $-5^0 = -1$
- $-2^{2^0} = -2$

3. EXPONENTE NEGATIVO :

Si "a" es un número real no nulo y "n" es un entero positivo, definimos :

$$\boxed{a^{-n} = \frac{1}{a^n}} \quad ; \quad a \neq 0$$

Ejemplos :

- $3^{-3} = \frac{1}{3^3} = \frac{1}{27}$
- $2x^{-2} = 2 \cdot \frac{1}{x^2} = \frac{2}{x^2}$

PROPIEDADES DE LA POTENCIACIÓN

1. MULTIPLICACIÓN DE BASES IGUALES

$$\boxed{a^m \cdot a^n \cdot a^{-p} = a^{m+n-p}}$$

Ejemplo :

- $x^{2m} \cdot x^m \cdot x^{-2m} = x^{2m+m-2m} = x^m$

2.- DIVISION DE BASES IGUALES

$$\boxed{\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}} \quad ; \quad a \neq 0$$

Ejemplo :

- $\frac{2x^{-3}}{(4x)^{-5}} = \frac{2x^{-3}}{4^{-5}x^{-5}} = \frac{2}{2^{-10}} \cdot \frac{x^{-3}}{x^{-5}} = 2^{11} x^2$

Potencia de una Multiplicación

$$\boxed{\left(a^m . b^{-n} . c^{\frac{r}{s}}\right)^q = a^{m.q} \cdot b^{-n.q} \cdot c^{\frac{r}{s}.q}}$$

Ejemplo :

- $(2x^3y)^4 = 2^4 \cdot x^{3.4} \cdot y^4 = 16x^{12} y^4$

4. Potencia de una División

$$\left(\frac{a^m}{b^n}\right)^q = \frac{a^{m.q}}{b^{n.q}} \quad ; \quad b \neq 0$$

***Ejemplo*:**

* $\left(\frac{x^4}{y^3}\right)^5 = \frac{x^{4.5}}{y^{3.5}} = \frac{x^{20}}{y^{15}}$

5. Potencia de Potencia

$$\left[\left(a^m\right)^n\right]^p = a^{m.n.p}$$

Ejemplo:

* $\left[\left(x^2\right)^{-3}\right]^{\frac{1}{4}} = x^{2.-3.\frac{1}{4}.} = x^{-3/2}$

OBSERVACIONES

I. Si a y b son reales no nulos, m es un entero positivo, entonces :

$$\boxed{\left(\frac{a}{b}\right)^{-m} = \left(\frac{b}{a}\right)^m} \quad ; \quad a \wedge b \neq 0$$

Ejemplos

- $\left(\frac{2}{x}\right)^{-3} = \left(\frac{x}{2}\right)^3 = \frac{x^3}{8}$
- $\left(-\frac{3}{5}\right)^{-2} = \left(-\frac{5}{3}\right)^2 = \left(-\frac{5}{3}\right)\left(-\frac{5}{3}\right) = \frac{25}{9}$

II. Si a es un número real y m,n, p son enteros, entonces:

$$\boxed{a^{m^{n^p}} = a^{m^{n^p}}}$$

Ejemplos:

- $x^{9^{2^{-1}}} = x^{9^{1/2}} = x^{\left(3^2\right)^{\frac{1}{2}}} = x^{3^1} = x^3$
- $3^{3^{2^{0^9}}} = 3^{3^{2^0}} = 3^{3^1} = 3^3 = 27$

EJEMPLOS

1. Simplificar:

$$A = \left[\left(\frac{1}{3}\right)^{-3} + \left(\frac{2}{5}\right)^{-2} + \left(\frac{4}{11}\right)^{-1}\right]^{\frac{1}{2}}$$

RESOLUCIÓN

$$A = \left[3^3 + \left(\frac{5}{2}\right)^2 + \frac{11}{4}\right]^{1/2}$$

$$A = \left[27 + \frac{25}{4} + \frac{11}{4}\right]^{1/2}$$

$$A = \left[27 + \frac{36}{4}\right]^{1/2} = [27+9]^{1/2}$$

$$A = \sqrt{36}$$

$$A = 6$$

2. ***<u>Simplificar:</u>***

$$B = 64^{9^{-4^{-2^{-1}}}}$$

<u>RESOLUCIÓN</u>

$$B = 64^{9^{-4^{-2^{-1}}}} = 64^{9^{-4^{-1/2}}} = 64^{9^{-\left(\frac{1}{4}\right)^{1/2}}} = 64^{9^{-\sqrt{\frac{1}{4}}}} = 64^{9^{-\frac{1}{2}}} \quad B = 64^{\left(\frac{1}{9}\right)^{\frac{1}{2}}} = 64^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{64}$$

B = 4

3. ***<u>Efectuar</u>:***

$$M = \frac{3^x\left(3^x - 3^{x-2}\right)}{3^{2x-1}}$$

<u>RESOLUCIÓN</u>

$$M = \frac{3^x\left(3^x - 3^x.3^{-2}\right)}{3^{2x}.3^{-1}} = \frac{3^x.3^x(1-3^{-2})}{3^{2x}.3^{-1}}$$

$$M = \frac{\cancel{3^{2X}}\left(1 - \frac{1}{9}\right).3}{\cancel{3^{2X}}} = \frac{8}{9}.3$$

$$M = \frac{8}{3}$$

4. ***<u>Reducir:</u>***

$$S=\left[\left(m^{m^{2}}\right)^{m^{5}}\right]^{m^{2}}\cdot\left[\left(m^{m^{4}}\right)^{m^{3}}\right]^{m^{2}}$$

RESOLUCIÓN

$$S=m^{m^{2}.m^{5}.m^{2}}\cdot m^{m^{4}.m^{3}.m^{2}}$$

$$S=m^{m^{9}}\cdot m^{m^{9}}=m^{m^{9}+m^{9}}$$

$$S=m^{2m^{9}}$$

5. *Simplificar :*

$$P=\frac{27^{3}\cdot 3^{9}\cdot 9^{27}}{81^{9}\cdot 243^{7}}$$

RESOLUCIÓN

$$P=\frac{\left(3^{3}\right)^{3}\cdot 3^{9}\cdot\left(3^{2}\right)^{27}}{\left(3^{4}\right)^{9}\cdot\left(3^{5}\right)^{7}}$$

$$P=\frac{3^{9}\cdot 3^{9}\cdot 3^{54}}{3^{36}\cdot 3^{35}}=\frac{3^{9+9+54}}{3^{36+35}}$$

$$P=\frac{3^{72}}{3^{71}}=3^{72-71}=3^{1}$$

P = 3

CONSTRUYENDO

MIS CONOCIMIENTOS

1. Simplificar :

$$A=\frac{2^{a+4}+2(2^{a})}{3(2^{a+3})}$$

Resolución:

ALGEBRA

Rpta. A = $\frac{3}{4}$

2. Reducir:

B = $\left(2^{a-1}+2^{a-2}\right)2^{2-a}$

Resolución:

Rpta. B=3

3. Simplificar:

C = $\frac{2^{a+1}\cdot 4^{a+b}}{8^{a-1}\cdot 2^{2b+3}}$

Resolución:
Rpta. C = 2

4. Simplificar:

$$D=\sqrt[3]{\frac{3^{a+1}+3^{a+2}}{3^{a-1}+3^{a-2}}}$$

Resolución:

Rpta. D = 3

5. Reducir :

$$E=\sqrt[a]{\frac{2^{a}+5^{a}}{2^{-a}+5^{-a}}}$$

Resolución:

Rpta. E= 10

6. Simplificar:

F= $\frac{(2^{4})^{-a}.(2^{2})^{3}}{2^{2^{2}}\cdot(2^{-2^{2}})^{a}}$

Resolución:

Rpta. F=4

REFORZANDO

MIS CAPACIDADES

ALGEBRA

1. Reducir: $A = \dfrac{2^{a+4} - 2(2^{a})}{2(2^{a-1})}$

   a) 10 b) 12 c) 14 d) 16 e) 18

2. Simplificar:

   $B = \dfrac{3^{9} \cdot 9^{27} \cdot 27^{3}}{243^{7} \cdot 81^{9}}$

   a) 0 b) 1 c) 2 d) 3 e) 4

3. Reducir:

   $C = 2^{2a+2} - (0{,}25) \cdot 4^{a+2}$

   a) 0 b) 1 c) 2 d) 3 e) 5

4. Hallar "m" en:

   $\dfrac{(xy^{-2})^{3} \cdot (x^{2}y)^{-2}}{(x^{3}y^{-1})^{4} \cdot (x^{2}y^{m})^{-1}}$; de modo que la

   expresión una vez reducida, no contenga la variable "y".

   a) 0 b) 2 c) 4 d) 5 e) 8

5. Simplificar:

   $D = \dfrac{5^{a+1} - 5^{a}}{5^{a-1}}$

   a) 5 b) 10 c) 15 d) 20 e) 25

6. Reducir:

$$E = \frac{3^m(3^m - 3^{m-2})}{3^{2m-1}}$$

a) 3 b) 8 c) $\frac{3}{8}$ d) $\frac{8}{3}$ e) 0

7. Simplificar

$$F = \sqrt[a]{\frac{1 \ + 2^a}{1 + 2^{-a}}}$$

a) 0 b) 2 c) 4 d) 6 e) 8

8. Si: $x^x=3$

Hallar $X^{x^{x+1}}$

a) 3 b) 9 c) 27 d) 81 e) 1

9. Simplificar :

$$G = \sqrt[a]{\frac{(0{,}3)^a + (0{,}2)^a}{3^{-a} + 2^{-a}}}$$

a) 0,2 b) 0,4 c) 0,6 d) 0,3 e) 0

10. Simplificar

$$\sqrt[3x]{\frac{256^{x+1} \cdot \sqrt[x+1]{4^{x^2-1}} \cdot \sqrt[x^{-1}]{4}}{64^{x+1}}}$$

a) 2^x b) 4 c) 4^x d) $\frac{1}{2}$ e) 8