



ÁNGULOS VERTICALES Y HORIZONTALES

A. Ángulos verticales

Son aquellos ángulos que se determinan en un plano vertical (plano que contiene al observador, a una recta horizontal y al objeto observado). Para mediciones angulares en un plano vertical, se consideran los ángulos de elevación y depresión.

■ Ángulo de elevación:

Es el ángulo vertical formado por la línea horizontal y la línea de mira que pasa por el punto de observación. El punto observado está por encima de la horizontal.

α : ángulo de depresión

■ Ángulo de depresión:

Es el ángulo vertical formado por la línea horizontal y la línea de mira que pasa por el punto de observación. El punto observado está debajo de la horizontal.

β : ángulo de depresión

Observación:

- La estatua del observador no se tomará en cuenta a menos que el problema lo indique.
- Se denomina ángulo de observación a aquel que está constituido por 2 visuales.

Ejemplos:

- Desde lo alto de un faro de 45m sobre el nivel del mar se observa dos botes sobre el Mar y en la misma dirección del observador con los ángulos de depresión de 60° y 45° respectivamente. ¿Que distancia hay entre los botes?

Solución:

$$\blacktriangleright PQB: QB=PQ=45m$$

$$\blacktriangleright PQA: \frac{QA}{45} = \text{Ctg} 60^\circ \Rightarrow$$

$$QA = 45 \times \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\text{Luego: } QA = 15\sqrt{3} \text{ m}$$

$$\therefore x = OB - OA = 45 - 15\sqrt{3}$$

$$= 15(3 - \sqrt{3}) \text{ m}$$

- Hallar la distancia que vuela un avión, si es observado desde un punto en el suelo inicialmente con 30° y luego que el avión pasa la vertical del observador con un ángulo de elevación de 45° . Suponer que el avión vuela horizontalmente a una altitud de 2 Km.

Solución:

PUPINOMBRES

P	L	L	A	M	I	I	T	O	N	T	J	Q
I	E	R	A	N	J	O	S	E	N	G	A	W
T	Q	P	Y	D	F	E	T	Q	E	B	M	E
A	W	L	U	S	Q	R	G	A	W	C	E	R
G	E	A	I	E	W	T	H	S	T	S	S	G
O	R	T	O	D	S	G	J	X	O	D	C	T
R	T	O	L	I	D	T	U	D	N	E	L	I
A	Y	N	K	L	C	Y	T	F	T	D	E	B
S	U	E	J	C	F	H	D	G	G	R	R	O
G	I	R	H	U	G	J	E	J	H	T	K	C
H	I	T	S	E	D	E	M	I	U	Q	R	A
S	O	C	R	A	T	E	S	F	G	H	J	J

Encontrar a:

- Pitágoras
- Sócrates
- Arquimides
- Euclides
- Platon
- Newton
- Jacobi
- Hiparco
- James Clerk

▲ CDP: $\frac{PD}{2} = \text{Ctg}45^\circ \Rightarrow \frac{PD}{2} = 1$; luego: $PD=2\text{Km}$

▲ BAP: $\frac{AP}{2} = \text{Ctg}30^\circ \Rightarrow \frac{AP}{2} = \sqrt{3}$; luego: $AP=2\sqrt{3}\text{ Km}$

$\therefore d=2\sqrt{3}+2=2(\sqrt{3}+1)\text{Km}$

3. Dos ciudades A y B están separadas 20 Km. Además B se encuentra al este de A, una ciudad C se encuentra al sur de B y a una distancia de 25 Km. De A. Hallar la distancia de B a C y cual es el rumbo de C respecto de A.

Solución:

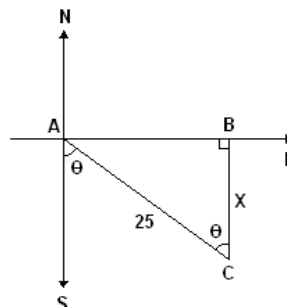
De la figura:

$x = \sqrt{(25)^2 - (20)^2} = 15\text{Km}$

En el ▲ ABC se observa que:

$\text{Tg}\theta = \frac{20}{15} = \frac{4}{3} \Rightarrow \theta = 53^\circ$

$\therefore$ El rumbo de C respecto de A es: **S53°E**



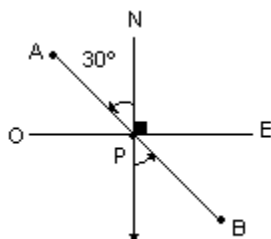
B. Ángulos Horizontales

Se denomina de esta manera a aquellos ángulos que se encuentran sobre un mismo plano (plano horizontal)

Dichos ángulos son de gran uso en la navegación y aviación, puesto que estos se utilizan para expresar los rumbos o direcciones de las naves.

El sistema de referencia de medición de estos ángulos que antiguamente se utilizaba era la rosa náutica o rosa de los vientos y que a partir de la expansión del uso de la brújula magnéticas, la rosa de los vientos pasó a convertirse en una herramienta auxiliar de aquella.

RUMBO: Se denomina así al ángulo horizontal que forma la línea visual del observador en dirección a un punto u objeto, con la línea o eje de referencia Norte-Sur de los puntos cardinales.



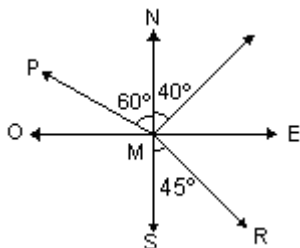
El rumbo de A respecto a P será Norte 30° al Oeste

cuya notación será:

N30° O

¿Cuál es el rumbo de B respecto a "P"

Realiza la Notación de los siguientes rumbos.



RUMBO	NOTACIÓN
MP	
MQ	
MR	

Direcciones Principales:

NE - $\frac{1}{4}$ -N

ENE

ESE

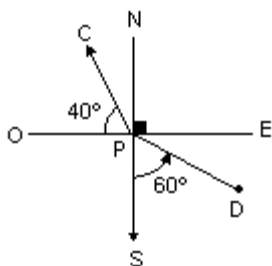
SE - $\frac{1}{4}$ S

S - $\frac{1}{4}$ SE

S - $\frac{1}{4}$ O

OSO

DIRECCIÓN: Es la inclinación o ángulo que forma una línea con respecto a otra tomada como referencia.



La dirección de C respecto a P es

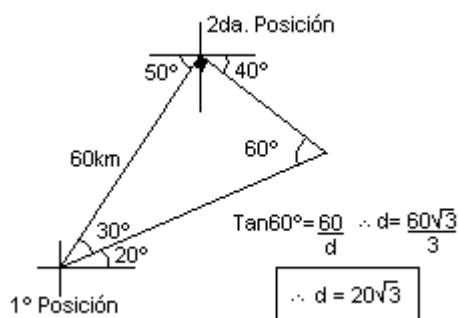
O - 40° - N

La dirección de "D" respecto a P es S-60° - E.

Ejemplos:

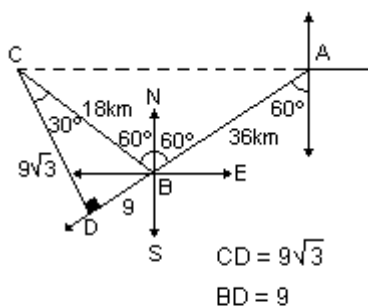
- Un buque detecta un barco enemigo en la dirección 20° al Norte del Este y decide avanzar en el rumbo E-50°-Norte recorriendo 60 Km. En esta nueva posición observa al barco enemigo en la dirección E-40°-S. calcular cual es la distancia que separa esta vez al buque del barco enemigo.

Resolución:



- Anthonela se desplaza 36 Km. En dirección S-60°-O y desde esta nueva ubicación se desplaza 18 Km. En la dirección N-60°-O ¿Cuál es la distancia entre el punto de salida y el punto de llegada

Resolución:



En el $\triangle CDA$: $AC^2 = 45^2 + (9\sqrt{3})^2$

$$AC = 18\sqrt{7}$$