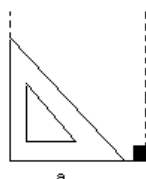




CUADRILÁTEROS



Una cancha de fútbol tiene la forma de un rectángulo perfecto cuyas dimensiones oficiales son 105 m de largo por 72 m de ancho.



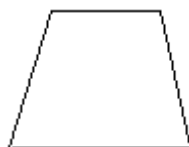
Con una abertura en el compás igual a a , se pincha uno de los extremos del segmento y se corta en las rectas perpendiculares.

Importante

Construcción de un cuadrado usando una escuadra y un compás

Se traza el segmento igual al lado a y por cada extremo se traza una perpendicular al segmento a .

Un cuadrilátero es la figura plana delimitada por cuatro lados y puede ser convexo o cóncavo. La suma de sus ángulos internos es siempre 360° .



convexo



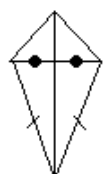
cóncavo

CLASIFICACIÓN DE LOS CUADRILÁTEROS CONVEXOS

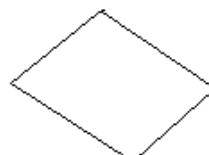
Trapezoide: Es un cuadrilátero irregular que no presenta lados paralelos entre sí.

Trapezoide simétrico: Cuando uno de sus diagonales es mediatriz de la otra.

Trapezoide asimétrico: Aquel que no tiene pares de lados paralelos y sus lados consecutivos no son de igual medida.



Trapezoide simétrico



Trapezoide asimétrico

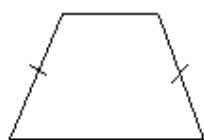
Trapezio: Es un cuadrilátero que sólo tiene dos lados paralelos llamados bases y una separación entre esas bases llamada altura.

Trapezio isósceles: Cuando los lados no paralelos son iguales.

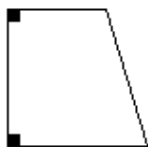
Trapezio rectángulo: Aquel que tiene dos ángulos rectos

Trapezio escaleno: Cuando los cuatro lados son desiguales

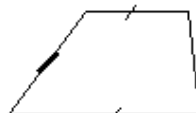
Trapezio cruzado: Si sus lados no paralelos son cruzados



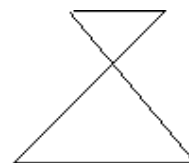
Trapezio
Isósceles



Trapezio
rectángulo

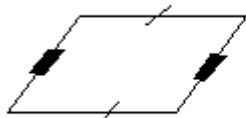


Trapezio
escaleno

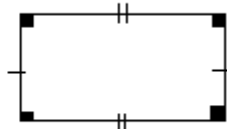


Trapezio
cruzado

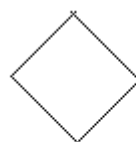
- **Paralelogramos:** Son cuadriláteros cuyos lados opuestos son paralelos entre si.
- **Romboide:** Llamado también paralelogramo propiamente dicho. Tiene los lados adyacentes desiguales y ángulos oblicuos.
- **Rectángulo:** Tiene lados adyacentes desiguales y cuatro ángulos rectos. Llamado también cuadrilongo.
- **Rombo:** Tiene sus cuatro lados iguales y ángulos interiores oblicuos.
- **Cuadrado:** Sus cuatro lados y cuatro ángulos iguales.



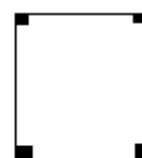
Romboide o
paralelogramo



Rectángulo



Rombo



Cuadrado

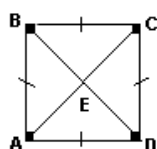
Propiedades de los cuadriláteros

Cuadrado

Las diagonales miden igual

Las diagonales se bisecan y se cortan perpendicularmente.

Las diagonales son bisectrices.



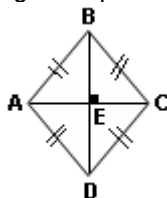
$$\begin{aligned} A=B=C=D=90^\circ \\ AB \cong CD \cong BC \cong AD \\ AC \perp BD \\ AE \cong EC \cong BE \cong ED \end{aligned}$$

Rombo

Las diagonales se bisecan y se cortan perpendicularmente.

Las diagonales son bisectrices

Los ángulos opuestos son congruentes.



$$A \text{ } C \text{ y } B \text{ } D$$

$$AB \cong CD \cong BC \cong AD$$

$$AC \perp BD$$

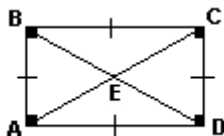
$$AE \cong EC \text{ y } BE \cong ED$$

Rectángulo

Las diagonales miden igual

Las diagonales se bisecan y se cortan oblicuamente.

Las diagonales no son bisectrices.



$$A=B=C=D=90^\circ$$

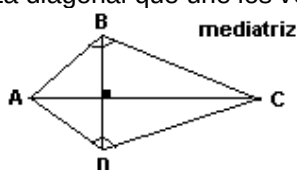
$$AB \cong CD \cong BC \cong AD$$

$$AE \cong EC \cong BE \cong ED$$

Trapezoide simétrico

Los lados que concurren en la mediatriz son iguales.

La diagonal que une los vértices donde concurren los lados iguales es bisectriz de los ángulos.



$$AB \cong AD \text{ y}$$

$$BC \cong DC$$

$$\alpha = \alpha' \text{ y } \beta = \beta'$$

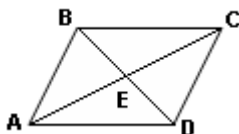
Romboide o paralelogramo

Las diagonales no son iguales.

Cuando se cortan las diagonales, lo hacen en el punto medio de cada diagonal.

Los ángulos opuestos son iguales, tantos agudos como obtusos.

Los ángulos adyacentes a un mismo lado son suplementarios.



$$A=C \text{ y } B=D$$

$$AB \cong CD \text{ y } BC \cong AD$$

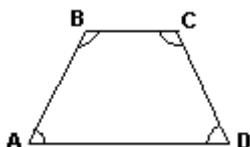
$$AE \cong EC \text{ y } BE \cong ED$$

Trapecio

En un trapecio isósceles los ángulos de la base son iguales y también lo son las diagonales.

La **mediana** de un trapecio se calcula como la semisuma de las bases.

El **segmento de mediana** se halla con la semidiferencia de las bases.

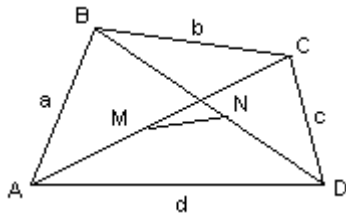


$$AB = CD$$

$$A = D \text{ y } B = C$$

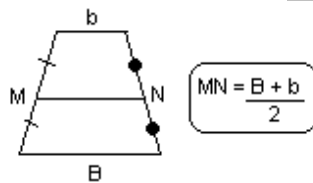
Propiedades para todo cuadrilátero convexo

Teorema 1: La suma de los cuadrados de los cuatro lados de un cuadrilátero cualquiera es igual a la suma de los cuadrados de las diagonales más el cuádruplo del cuadrado del segmento que une los puntos medios de las diagonales.

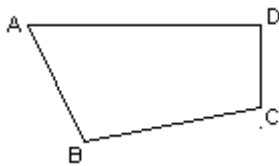


$$a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = AC^2 + BD^2 + 4MN^2$$

Mediana de un trapecio

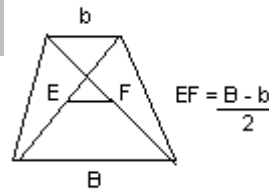


Teorema 2: La suma de los ángulos exteriores es igual a la suma de los dos interiores que no sean adyacentes a ellos.



Segmento de mediana

$$\angle A + \angle B = \alpha + \beta$$



EJEMPLOS

¿Dónde se intersecan las diagonales de un paralelogramo?

Resolución:

Se intersecan en su punto medio.

1. ¿Cómo son las diagonales de un rombo?

Resolución:

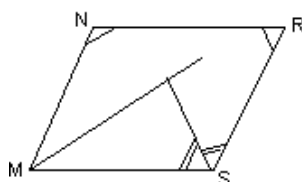
Son perpendiculares y bisectrices

2. ¿Cómo son las diagonales de un cuadrado?

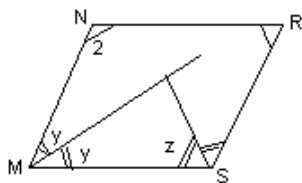
Resolución:

Son congruentes, perpendiculares y bisectrices.

3. Hallar "α":



Resolución:



$$2y + 2z + 3\alpha = 360^\circ$$

$$2(y + z) + 3\alpha = 360^\circ$$

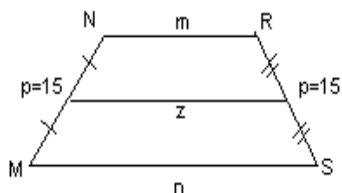
$$2(\alpha) + 3\alpha = 360^\circ$$

$$5\alpha = 360^\circ$$

$$\alpha = 72^\circ$$

4. Las bases de un trapecio isósceles están en la relación de 1 a 5. Si la suma de sus lados no paralelos es 30m y su perímetro 66 m. ¿Cuánto mide la mediana o base media del trapecio?

Resolución:



$$p + p = 30$$

$$\frac{m}{n} = \frac{1}{5}$$

$$n = 5m$$

$$P = 66 = 30 + 6m$$

$$m = 6$$

$$z = \frac{6 + 30}{2} = 18 \text{ m}$$

CONSTRUYENDO

MIS CONOCIMIENTOS

1. Las bases de un trapecio miden 20 cm y 80 cm respectivamente. Calcular la mediana.
- a) 30 b) 40 c) 50
d) 60 e) 70

Resolución:

2. Las bases de un trapecio miden 10 cm y 20 cm respectivamente. Calcular la longitud del segmento que une los puntos medios de sus diagonales.

a) 4 b) 5 c) 6
d) 7 e) 8

Resolución:

3. En un triángulo rectángulo ABCD se verifica que $\angle A = \angle B = 90^\circ$ y $\angle C = 150^\circ$. Hallar la medida del $\angle D$.

a) 10° b) 15° c) 20°
d) 30° e) 45°

Resolución:

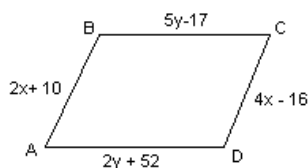
4. Las medidas de los ángulos interiores de un trapezoide son entre sí como 1, 2, 3, 4. Hallar la medida del menor ángulo del trapezoide.

a) 20° b) 26° c) 30°
d) 34° e) 36°

Resolución:

5. Las medidas de los lados del paralelogramo ABCD están dados en cm. Hallar su perímetro

a) 136 cm
b) 194 cm
c) 156 cm
d) 268 cm
e) 324 cm



Resolución:

6. Las bases de un trapecio están en la relación como 12 es a 8. Calcular la base menor, si el segmento formado por los puntos medios de los diagonales es 40 cm

a) 160 cm
b) 120 cm
c) 130 cm
d) 112 cm
e) 15 cm

Resolución:

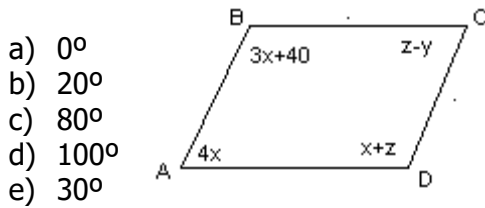
REFORZANDO

MIS CAPACIDADES

1. Las longitudes de las bases de un trapecio miden $2x$ cm y $7x$ cm. Si la mediana mide 27 cm. ¿Cuánto mide el segmento que une los puntos medios de los diagonales?

a) 10 cm b) 13 cm
c) 15 cm d) 17 cm
e) N.A.

2. En la figura, hallar "y", teniendo presente que ABCD es un paralelogramo.



- a) 0°
- b) 20°
- c) 80°
- d) 100°
- e) 30°

3. Las bases de un trapecio están en la relación como 7 es a 9. Si la mediana mide 64 cm. Hallar la base mayor.

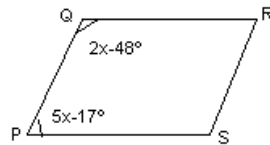
- a) 72 cm
- b) 56 cm
- c) 68 cm
- d) 58 cm
- e) N.A.

4. En un trapecio isósceles ABCD ($\overline{BC} \parallel \overline{AD}$) y $\angle A = 50^\circ$. Hallar $\angle C$

- a) 115°
- b) 120°
- c) 130°
- d) 140°
- e) 125°

5. En el romboide PQRS que se muestra, hallar las medidas de los ángulos R y S

- a) 114° y 25°
- b) 158° y 22°
- c) 118° y 42°
- d) 105° y 36°
- e) 127° y 39°



6. La base mayor de un trapecio mide el triple de la menor. Si la mediana mide 12 cm ¿Cuánto miden las bases?

- a) 6 y 18
- b) 4 y 20
- c) 7 y 17
- d) 9 y 15
- e) 10 y 14

7. Las bases de un trapecio isósceles están en la relación de 1 a 5. Si la suma de sus lados no paralelos es 30 m y su perímetro 66 m ¿Cuánto mide la mediana o base media del trapecio?

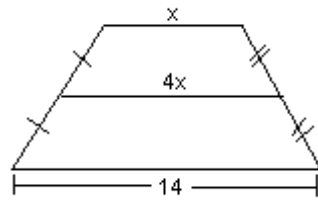
- a) 30 m
- b) 18 m
- c) 36m
- d) 9m
- e) 16 m

8. En un trapecio el segmento que une los puntos medios de las diagonales es 13m y la suma de las bases es 48m. Hallar la longitud de la base menor.

- a) 37m
- b) 24 m
- c) 11 m
- d) 22m
- e) 17 m

9. En el trapecio mostrado, calcular "x":

- a) 1
- b) 2
- c) 3
- d) 4
- e) 5



10. Calcular la base mayor de un trapecio, los lados no paralelos miden 5 y 7 las bisectrices interiores de los ángulos adyacentes a la base menor se cortan en un punto de la base mayor.

- a) 10
- b) 12
- c) 14
- d) 16
- e) 18