



ÁNGULOS DIEDROS Y SU CLASIFICACIÓN

Ángulo diedro es la región de espacio comprendida entre dos semiplanos limitados por la misma recta. Esta recta recibe el nombre de arista y los semiplanos se llaman caras.

Rectilíneo de un diedro. Medida

Dado un ángulo diedro, se llama rectilíneo del diedro, al ángulo plano que tiene por vértice un punto O de la arista del diedro y por lados dos rectas perpendiculares a la arista en el punto O , situada cada una de ellas en una cara.

Un ángulo diedro se nombra por su rectilínea y la medida de un ángulo diedro es también la medida de su rectilíneo.

DIEDROS COMPLEMENTARIOS Y SUPLEMENTARIOS

- **Diedros complementarios** son todo par de ángulos diedros cuya suma de las medidas de sus rectilíneos es igual a 90° .

Si $m \angle \alpha = 30^\circ$ y $m \angle \beta = 60^\circ \Rightarrow \angle \alpha$ y $\angle \beta$ son complementarios.

Complemento de un ángulo diedro es otro diedro cuya medida de su rectilínea sumada a la del anterior es igual a 90° .

- **Diedros suplementarios** son todo par de ángulos diedros cuya suma de las medidas de sus rectilíneos es igual a 180° .

Si $m \angle x = 45^\circ$ y $m \angle y = 135^\circ \Rightarrow \angle x$ y $\angle y$ son suplementarios.

Suplemento de un ángulo diedro es otro diedro cuya medida de su rectilíneo sumada a la del anterior es igual a 180° .

DIEDROS CONSECUTIVOS

Dos diedros son consecutivos si tienen la misma arista y una de sus caras en común.

DIEDROS ADYACENTES

Diedros adyacentes son dos diedros consecutivos cuyas caras no comunes están en el mismo plano.

Al igual que los ángulos en el plano, los diedros adyacentes son siempre suplementarios.

Diedros opuestos por la arista

Dos ángulos diedros se llaman ángulos opuestos por la arista si las caras de uno de ellos son las prolongaciones de las caras del otro.

Los diedros opuestos por la arista también son congruentes y, lo mismo que en los ángulos en el plano, los consecutivos son suplementarios por ser adyacentes.

El plano que divide un ángulo diedro en dos diedros congruentes se llama plano bisector.

Problemas Resueltos

1. Halla el complemento de un diedro que mide $65^\circ 25'$

Solución:

- El complemento es $90^\circ - \alpha$
- Si $\alpha = 65^\circ 25'$ el complemento es: $90^\circ - \alpha = 90^\circ - 65^\circ 25'$
- Expresamos los 90° hasta minutos y obtenemos:

$$\begin{array}{r} 90^\circ \rightarrow 89^\circ 60' - \\ \underline{65^\circ 25'} \\ 24^\circ 35' \end{array}$$

El complemento mide $24^\circ 35'$

2. Halla el suplemento de un diedro que mide $68^\circ 20' 36''$

Solución:

- El suplemento es $180^\circ - \alpha$
- Si $\alpha = 68^\circ 20' 36''$ el suplemento es: $180^\circ - \alpha = 180^\circ - 68^\circ 20' 36''$
- Expresamos los 180° hasta segundos: $180^\circ \rightarrow 179^\circ 60' \rightarrow 179^\circ 59' 60''$
- Hallamos la diferencia:

$$\begin{array}{r} 179^\circ 59' 60'' - \\ \underline{68^\circ 20' 36''} \\ 111^\circ 39' 24'' \end{array}$$

El suplemento es $111^\circ 39' 24''$

3. Dos diedros suplementarios se diferencian en 24° . Halla la medida de cada diedro.

Solución:

- Los diedros son suplementarios, luego suman 180°
 $\alpha + \beta = 180^\circ$
- Se diferencian en 24° : $\alpha - \beta = 24^\circ$
- Expresamos en un sistema de ecuaciones y resolvemos:

$$\begin{array}{r} \alpha + \beta = 180^\circ \\ \underline{\alpha - \beta = 24^\circ} \\ 2\alpha = 204^\circ \\ \alpha = 102^\circ \end{array}$$

- Reemplazamos el valor de $\alpha = 102^\circ$ en:
 $\alpha + \beta = 180^\circ \rightarrow \beta = 180^\circ - 102^\circ \rightarrow \beta = 78^\circ$

Los diedros miden 102° y 78°

4. Halla el complemento del suplemento de un diedro de $155^\circ 40'$

Solución:

- El complemento del suplemento de α es: $90^\circ - (180^\circ - \alpha)$
- Reemplazamos $\alpha = 155^\circ 40'$ y resolvemos:
 $90^\circ - (180^\circ - 155^\circ 40')$
 $90^\circ - (179^\circ + 60' - 155^\circ 40')$
 $90^\circ - (24^\circ 20') = 89^\circ 60' - 24^\circ 20'$
 $= 65^\circ 40'$

El complemento del suplemento es $65^\circ 40'$

5. Encuentra los ángulos de cada figura:

a)

Solución:

- Los tres ángulos forman un ángulo completo (360°), expresamos y resolvemos:

$$\alpha + 5 \alpha + 4 \alpha = 360^\circ$$

$$10 \alpha = 360^\circ \rightarrow \alpha = 36^\circ$$

- Reemplazamos $\alpha = 36^\circ$ y calculamos:

$$5 \alpha = 5 (36^\circ) = 180^\circ$$

$$4 \alpha = 4 (36^\circ) = 144^\circ$$

Los ángulos miden 36° , 180° y 144°

b)

Solución:

- Los ángulos diedros son complementarios:

$$(3 \alpha - 20^\circ) + (2 \alpha + 15^\circ) = 90^\circ$$

- Efectuando:

$$3 \alpha - 20^\circ + 2 \alpha + 15^\circ = 90^\circ$$

$$5 \alpha - 5^\circ = 90^\circ$$

$$5 \alpha = 90^\circ + 5^\circ$$

$$5 \alpha = 95^\circ$$

$$\alpha = 19^\circ$$

- Reemplazamos $\alpha = 19^\circ$ y calculamos:

$$2\alpha + 15^\circ = 2(19^\circ) + 15^\circ = 38^\circ + 15^\circ = 53^\circ$$

$$3\alpha - 20^\circ = 3(19^\circ) - 20^\circ = 57^\circ - 20^\circ = 37^\circ$$

Los ángulos miden 53° y 37°

CONSTRUYENDO

MIS CONOCIMIENTOS

1. Completa las siguientes proposiciones:

a) Las caras de un ángulo diedro son

b) La de un ángulo diedro es una recta.

c) El diedro mide 90° .

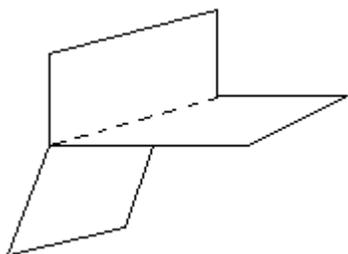
d) El ángulo diedro tiene dos

2. Halla el complemento de un diedro que mide $56^\circ 35'$

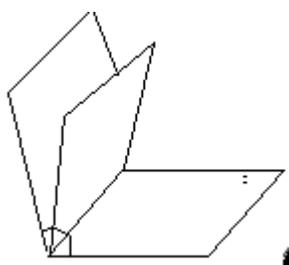
3. Halla el suplemento de un diedro que mide $58^\circ 25' 38''$

4. Dos diedros suplementarios se diferencian en 36° . Halla la medida de cada diedro.
5. Halla el complemento del suplemento de un diedro de $125^\circ 45'$
6. Encontrar los ángulos de cada figura:

a)



b)



REFORZANDO MIS CAPACIDADES

1. Determina el complemento de un diedro que mide $58^\circ 37'$
2. Halla el suplemento de un diedro que mide $79^\circ 28' 35''$
3. Halla el complemento del suplemento de un diedro de $138^\circ 49'$
4. Determina la medida del suplemento de los siguientes ángulos diedros:
 - a) $m \angle \alpha = 98^\circ 18' 35''$
 - b) $m \angle \theta = 115^\circ 45''$
5. Halla la medida de los ángulos según las figuras mostradas.

6. Dos diedros suplementarios $\angle ABC$ y $\angle PRR$ se diferencian en $37^\circ 18'$ ¿Cuánto mide cada uno?
7. Si a los dos quintos de un diedro le sumamos 60° , obtenemos el suplemento de 100° . Hallar el suplemento del complemento de dicho diedro.
8. Si a los dos quintos del suplemento de un ángulo diedro le sumamos 40° obtenemos los tres quintos de la medida del ángulo más 50° . Halla la medida del diedro.
9. Halla el suplemento del complemento de un ángulo cuya diferencia entre su suplemento y la mitad de su complemento es 120° .