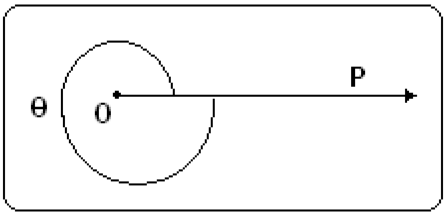
Ayuda para Docentes
CUARTO SECUNDARIA

TRIGONOMETRIA

ANGULO TRIGONOMETRICO IMPORTANTE

ÁNGULOS DE UNA VUELTA.-

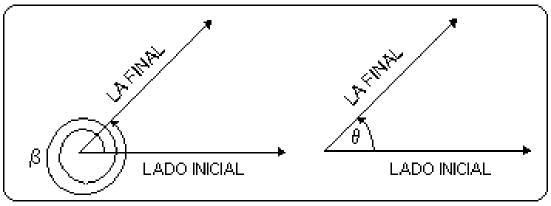
Le llamamos así al ángulo que tiene por lado final el mismo lado inicial después de haber efectuado una rotación equivalente a una vuelta completa:



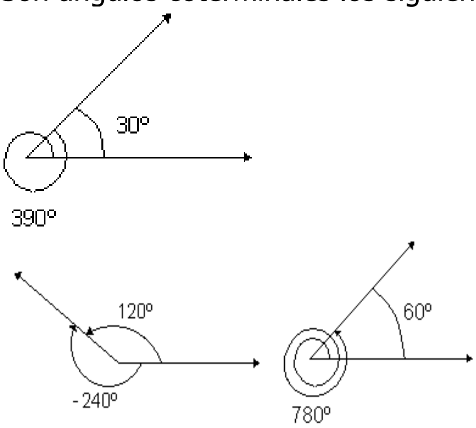
θ = 1 vuelta ó 1 revolución
Fig. 2

ANGULOS COTERMINALES.-

Dos o más ángulos reciben el nombre de coterminales si tienen el mismo lado inicial y el mismo lado final. No importa si dichos ángulos han completado u número entero de vueltas al efectuar su rotación el rayo que hace de lado inicial.



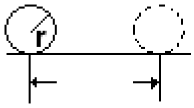
Ejemplo:
Son ángulos coterminales los siguientes:



APLICACIONES:

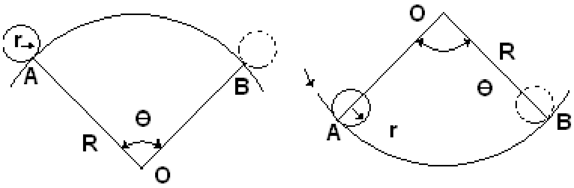
a) Cuando una rueda gira sobre una superficie plana.

n: #de vueltas que gira la rueda



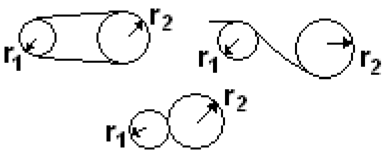
$$n = L / (2\pi r)$$

b) Cuando una rueda gira sobre una superficie curva.

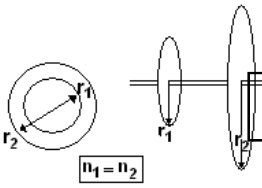


$$n = \theta\,(R+r)/(2\pi r) \qquad n = \theta\,(R-r)/(2\pi r)$$

c) Cuando se tienen ruedas unidas mediante una faja tangencial o en contacto.

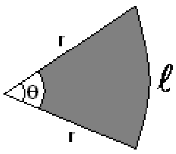


d) Cuando se tienen ruedas unidas por su centro.



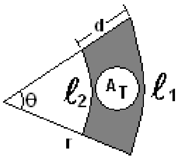
$$n_1 . r_1 = n_2 . r$$

AREA DE UN SECTOR CIRCULAR



$$A_S = \frac{\ell . r}{2} = \frac{\theta . r^2}{2} = \frac{\ell^2}{2\theta}$$

ÁREA DE UN TRAPECIO CIRCULAR

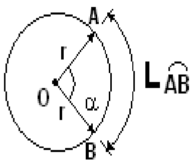


$$A_T = \left(\frac{\ell_1 + \ell_2}{2}\right) d$$

$$\theta = \frac{\ell_1 - \ell_2}{d}$$

TRIGONOMETRIA

LONGITUD DE ARCO



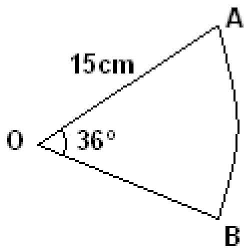
$\boxed{L_{\widehat{AB}} = \alpha . r}$ "α" en radianes

$\boxed{L_{\widehat{AB}} = 2\pi r . \alpha / 360^\circ}$ "α" en sexagesimales

$\boxed{L_{circunf.} = 2\pi . r}$

Ejemplos:

1. Determine la longitud de la curva AB

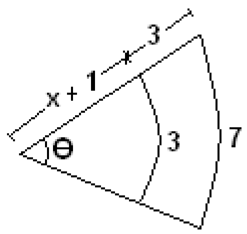


$\boxed{L=\theta.R}$

$$L_{\overline{AB}} = 36\left(\frac{\pi}{180}\text{rad}\right)15\text{cm.}$$

$$L_{\overline{AB}} = 3\pi\,\text{cm.}$$

2. Hallar x en:



Calculamos en θ

$$\theta = \left(\frac{7-3}{3}\right) = \frac{4}{3}$$

$$\therefore L=\theta R$$

$$3 = \frac{4}{3}(x+1)$$

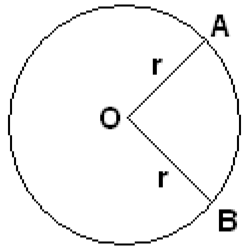
$$9 = 4x+4$$

$$x = \frac{5}{4}$$

CALCULO DEL NÚMERO DE RADIANES DEL ÁNGULO CENTRAL

$$\theta = \frac{L_1 - L_2}{d}$$

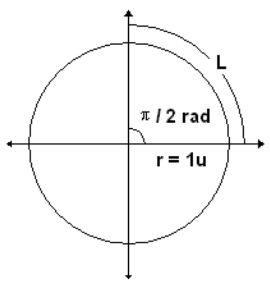
Arco de circunferencia:



$\overline{AB}$: arco AB
A : origen del arco AB
B : extremo del arco AB
O : centro de la circunferencia
r : radio de la circunferencia

✪ RECUERDA QUE:
Para calcular la LONGITUD DE UN ARCO, θ debe ser reemplazado por el número de radianes sin unidades, de modo que la longitud de arco referida, resulta en las más unidades que el Radio de la Circunferencia. La misma observación debemos tener presente para él AREA DEL SECTOR CIRCULAR.

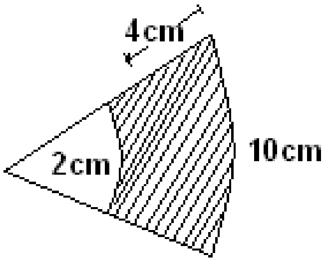
Longitud del arco de un cuadrante:



$$L = \frac{\pi}{2}(1) = \frac{3{,}14}{2}$$

$$L = 1{,}57u$$

3. Determinar el área en:

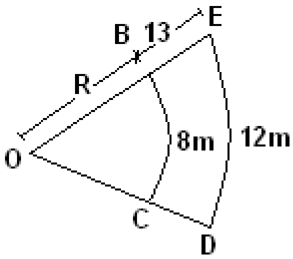


$$A = \left(\frac{10cm + 2cm}{2}\right)4cm$$

$$A = \left(\frac{12cm}{2}\right)4cm$$

$$A = 24cm^2$$

) de la región sombreada donde O es el centro de la circunferencia.



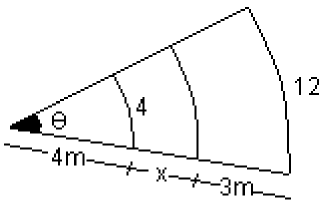
En el sector BOC:
$8=\theta.R$….. (1)
En el sector EOD
$12 = \theta\ (R+13)$….. (2)
Dividiendo (1) entre (2)

$$\frac{2}{3} = \frac{R}{R+13}$$

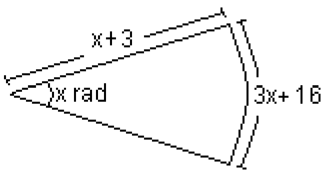
Donde: R=26m
P=26+8+26 = ***60m***

CONSTRUYENDO MIS CONOCIMIENTOS

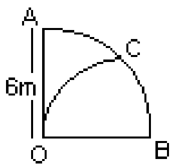
1. Hallar x en:



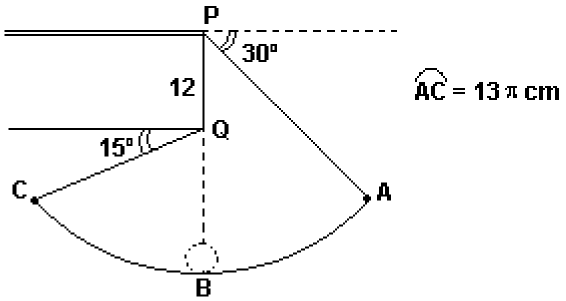
2. Calcular el Perímetro en:



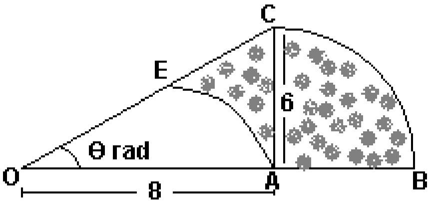
3. Calcular la longitud del arco $\overline{AC}$ siendo "O" y "B" centros.



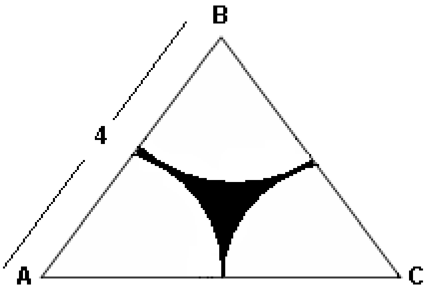
4. Hallar $\overline{QB}$ en:



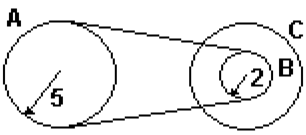
5. Hallar el área sombreada en:



6. Si ABC es equilátero determinar el área sombreada.

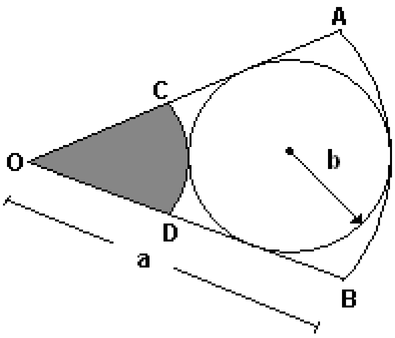


7. Del sistema mostrado determinar cuántas vueltas gira la rueda C cuando la rueda "A" de 12 vueltas.



8. Calcular: $\sqrt{\dfrac{S_1}{S_2}}$ si:

S_1 = área del sector AOB
S_2 = área del sector COD



REFORZANDO

MIS CAPACIDADES

1. Haciendo uso de la fórmula:

   $\boxed{L = \theta R}$

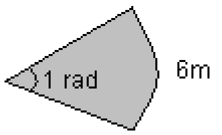
   Calcular la variable en cada caso:

   L=2m ; R=6m θ=?

   R=16m $\wedge\ \theta = \frac{\pi}{4}$ L=?

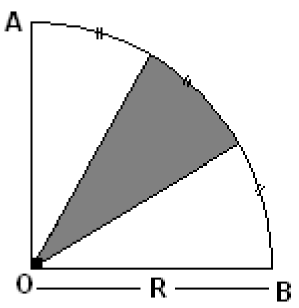
2. Determinar el área en la región sombreada.

   a) $18m^2$
   b) $20m^2$
   c) $9m^2$
   d) $36m^2$
   e) N.a

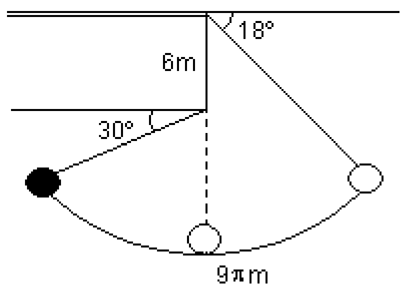


3. Hallar el área del sector sombreado.

   a) $\frac{\pi R^2}{6}$
   b) $\frac{\pi R^2}{2}$
   c) $\frac{\pi R^2}{12}$
   d) $\frac{\pi R^2}{24}$
   e) N.a

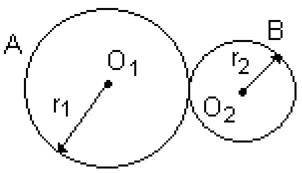


4. Calcular la longitud del péndulo si recorre 9πm.

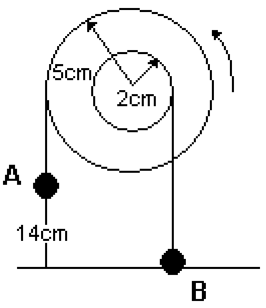


   a) 9m
   b) 12m
   c) 15m
   d) 18m e) n.a

5. La longitud de una circunferencia es 15,708m. ¿Cuánto mide el arco que subtiende un ángulo central de 30º (π=3,1416)
   a) 2,618m
   b) 5,236m
   c) 7,854m
   d) 6,2818m
   e) 1,309m
6. Si la longitud de un arco de circunferencia es igual a los $\frac{3}{4}$ de la longitud de su radio. ¿Cuánto mide el ángulo central?
   a) 0,25rad
   b) 0,5rad
   c) 0,75rad
   d) 0,6rad
   e) 0,85rad
7. En la figura adjunta determinar cuánto mide el radio del engranaje A, si cuando este gira 120º entonces el engranaje B gira 2πrad y O_1O_2=80cm.



   a) 60cm
   b) 50cm
   c) 70cm
   d) 45cm
   e) N.a
8. En el sistema adjunto ¿Cuánto medirá el ángulo (en radianes) que de las esferas A y B se encuentren a una misma altura, si inicialmente dicha diferencia es de 14cm.



a) 1 rad

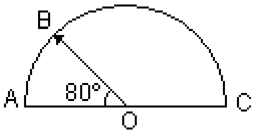
b) 2 rad

c) 3 rad

d) 4 rad

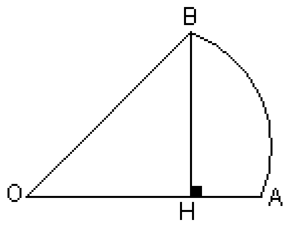
e) 5 rad

1. En la figura: Hallar la longitud del arco BC si __________.



a) πm b) 3πm c) 5πm
d) 6πm e) n.a.

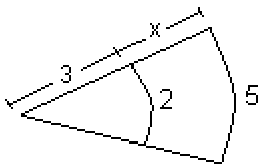
2. Hallar la longitud del arco AB si BH= $2\sqrt{3}$; ______



a) $\frac{4}{3}\pi$ b) $\frac{2}{3}\pi$ c) $\frac{\pi}{3}$

d) $\frac{5\pi}{3}$ e) N.a

3. Hallar _____ en el sector mostrado.



a) 2 b) 2,5 c) 3
d) 4 e) 4,5

4. Un ángulo de 0,47 rad en el centro de un círculo, describe un arco de 94m. calcular el ____________