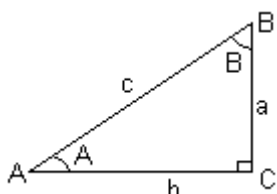




ACTIVIDADES DE RAZONES TRIGONOMETRICAS DE ANGULOS AGUDOS



Del gráfico ABC es un triángulo rectángulo del cual tenemos:

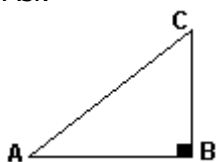
- I. Catetos: a y b
- II. $A + B = 90^\circ$; A y B son ángulos agudos y complementarios.
- III. $(AC)^2 + (BC)^2 = (AB)^2$ teorema de Pitágoras.

RAZONES TRIGONOMETRICAS DE UN ÁNGULO AGUDO

RAZONES TRIGONOMÉTRICAS EN EL TRIANGULO RECTÁNGULO

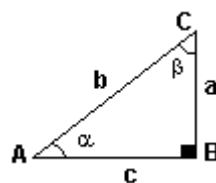
TRIANGULO RECTÁNGULO.- Es aquel triángulo en el que uno de sus ángulos es recto y los otros dos agudos.

Así:



A y C son ángulos agudos
B es recto
 $B = 90^\circ$

En el siguiente triángulo rectángulo se pueden observar los siguientes elementos.



a y c catetos b
hipotenusa α y β
ángulos agudos

Además:

BC: cateto opuesto al ángulo α

AB: cateto adyacente al ángulo α

Se acostumbra a representar los lados con la misma letra que la del vértice opuesto pero con minúscula.

Propiedades:

1. En todo triángulo rectángulo la hipotenusa es mayor que los catetos.

$$b > a$$

y

$$b > c$$

2. En todo triángulo, sus ángulos agudos son complementarios.

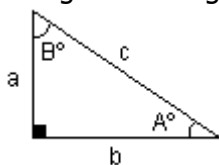
$$m < A + m > C = 90^\circ$$

3. En todo triángulo rectángulo se cumple el teorema de Pitágoras.

$$B^2 = a^2 + c^2$$

RAZONES TRIGONOMÉTRICAS

Denominado a cualquiera de los cocientes entre las longitudes de los lados de un triángulo rectángulo.



$$\begin{aligned}\text{Sen}A &= \frac{\text{Cateto Opuesto}}{\text{Hipotenusa}} = \frac{\text{C.O.}}{\text{H}} = \frac{a}{c} \\ \text{Cos}A &= \frac{\text{Cateto Adyacente}}{\text{Hipotenusa}} = \frac{\text{C.A.}}{\text{H}} = \frac{b}{c} \\ \text{Tg}A &= \frac{\text{Cateto Opuesto}}{\text{Cateto Adyacente}} = \frac{\text{C.O.}}{\text{C.A.}} = \frac{a}{b} \\ \text{Ctg}A &= \frac{\text{Cateto Adyacente}}{\text{Cateto Opuesto}} = \frac{\text{C.A.}}{\text{C.O.}} = \frac{b}{a} \\ \text{Sec}A &= \frac{\text{Hipotenusa}}{\text{Cateto Adyacente}} = \frac{\text{H}}{\text{C.A.}} = \frac{c}{b} \\ \text{Csc}A &= \frac{\text{Hipotenusa}}{\text{Cateto Opuesto}} = \frac{\text{H}}{\text{C.O.}} = \frac{c}{a}\end{aligned}$$

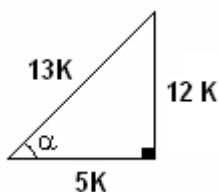
∅ No olvides:

- Si recuerdas las 3 primeras razones es suficiente para deducir los demás.
- Las razones trigonométricas de un ángulo agudo son todos positivos
- Las razones trigonométricas no dependen de las longitudes de los lados del triángulo rectángulo sino de las medidas de sus ángulos.

Ejemplos:

1. Sea $\text{Tan } \alpha = 2,4$ Además el Perímetro del es 338. calcular el cateto menor.

Resolución:



$$\text{Como } \text{Tan}\alpha = 2,4 \rightarrow \text{Tan}\alpha = \frac{24}{10} = \frac{12}{5}$$

$$\text{Además } P = 338 \quad 30k = 338$$

$$\therefore 5k + 12k + 13k = 338$$

$$30k = 338$$

$$\therefore \text{cateto menor es } 5k = 56,3\text{m}$$

2. Si $\theta = \frac{\pi}{12} \text{ rad}$

$$\text{Calcular } R = \text{Sen } \theta \text{ Cos} \theta + \text{Sec} \theta \text{ Csc} \theta$$

Resolución:

$$\text{Como } \theta = \frac{\pi \text{ rad}}{12} \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{12} \text{ rad} \times \frac{180^\circ}{\pi} = 15^\circ$$

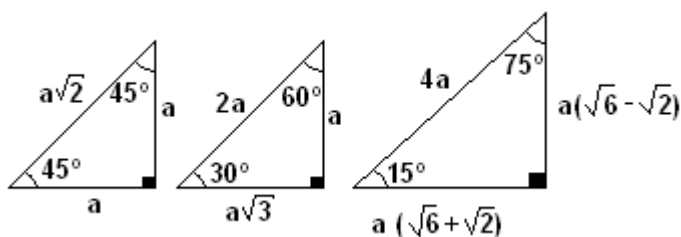
$$\text{Luego: } R = \text{Sen}15^\circ \text{Cos}15^\circ + \text{Sec}15^\circ \text{Csc}15^\circ$$

$$R = \frac{(\sqrt{6}-\sqrt{2})}{4} \cdot \frac{(\sqrt{6}+\sqrt{2})}{4} + (\sqrt{6}-\sqrt{2})(\sqrt{60+\sqrt{2}})$$

$$R = \frac{4}{16} + 4 = \frac{1}{4} + 4 = \frac{17}{4}$$

RAZONES RECÍPROCAS	RAZONES DE ÁNGULOS COMPLEMENTARIOS (corrazones)
Como: $\text{Sen}A = \frac{a}{c}$ y $\text{Csc}A = \frac{c}{a} \rightarrow \text{Sen}A \cdot \text{csc}A = 1$ Como: $\text{Cos}A = \frac{b}{c}$ y $\text{Sec}A = \frac{c}{b} \rightarrow \text{Cos}A \cdot \text{Sec}A = 1$ Como: $\text{Tg}A = \frac{a}{b}$ y $\text{Ctg}A = \frac{b}{a} \rightarrow \text{Tg}A \cdot \text{Ctg}A = 1$ Nota: Si el producto de dos razones recíprocas es uno, entonces los ángulos son iguales. $\text{Sen}\alpha \cdot \text{Csc}\theta = 1 \rightarrow \alpha = \theta$	$\text{Sen}A = \text{Cos}B$ $\text{Tg}A = \text{Ctg}B$ $\text{Sen}A = \text{Csc}B$ $\left. \vphantom{\begin{matrix} \text{Sen}A = \text{Cos}B \\ \text{Tg}A = \text{Ctg}B \\ \text{Sen}A = \text{Csc}B \end{matrix}} \right\} A + B = 90^\circ$ NOTA: $\text{Sen } x = \text{Cos}(90-x)$ $\text{Tg } x = \text{Ctg}(90-x)$ $\text{Sec}x = \text{Csc}(90-x)$

RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DE ÁNGULOS NOTABLES 15°, 30°, 45°, 60° Y 75°



Ángulo	15°	30°	45°	60°	75°
Sen	$(\sqrt{6}-\sqrt{2})/4$	1/2	$\sqrt{2}/2$	$\sqrt{3}/2$	$(\sqrt{6}+\sqrt{2})/4$
Coseno	$(\sqrt{6}+\sqrt{2})/4$	$\sqrt{3}/2$	$\sqrt{2}/2$	1/2	$(\sqrt{6}-\sqrt{2})/4$
Tangente	$2-\sqrt{3}$	$\sqrt{3}/3$	1	$\sqrt{3}$	$2+\sqrt{3}$
Cotangente	$2+\sqrt{3}$	$\sqrt{3}$	1	$\sqrt{3}/3$	$2-\sqrt{3}$
Secante	$(\sqrt{6}-\sqrt{2})$	$2\sqrt{3}/3$	$\sqrt{2}$	2	$(\sqrt{6}+\sqrt{2})$
Cosecante	$(\sqrt{6}+\sqrt{2})/4$	2	$\sqrt{2}$	$2\sqrt{3}/3$	$(\sqrt{6}-\sqrt{2})$

Ejemplos:

1. Calcular: $V = \frac{\sqrt{3}\text{Sen}(a/2)\text{Cos}(a/2)}{[(\text{Cosa}+1)(\text{Cosa}-1)]}$: cuando $a = 60^\circ$

Solución: Como $a=60^\circ \Rightarrow a/2 = 30^\circ$

$$\text{Luego } V = \frac{[\sqrt{3}\text{Sen}30^\circ\text{Cos}30^\circ]}{[(\text{Cos}60^\circ+1)(\text{Cos}60^\circ-1)]} = \frac{[\sqrt{3}(1/2)(\sqrt{3}/2)]}{[(1/2+1)(1/2-1)]}$$

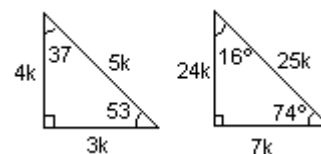
$$V = \frac{3/4}{(1/4-1)} = \frac{3/4}{-3/4} = -1$$

2. Calcular: $V = \frac{\text{Sen}(a-15^\circ) \cdot \text{Cos}(a+15^\circ)}{\text{Sec } a \cdot \text{Csc } a}$; cuando $a = 45^\circ$

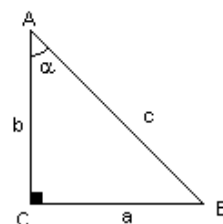
Solución: Como $a=45^\circ \Rightarrow a-15^\circ=30^\circ$ y $a+15^\circ=60^\circ$

$$\text{Luego } V = \frac{\text{sen}30^\circ\text{Cos}60^\circ}{\text{Sec}45^\circ\text{Csc}45^\circ} = \frac{(1/2)(1/2)}{(\sqrt{2})(\sqrt{2})}$$

RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DE OTROS TRIANGULOS NOTABLES



	37°	53°	16°	74°
Sen	$\frac{3}{5}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{7}{25}$	$\frac{24}{25}$
Cos	$\frac{4}{5}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{24}{25}$	$\frac{7}{25}$
Tg	$\frac{3}{4}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{7}{24}$	$\frac{24}{7}$
Ctg	$\frac{4}{3}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{24}{7}$	$\frac{7}{24}$
Sec	$\frac{5}{4}$	$\frac{5}{3}$	$\frac{25}{24}$	$\frac{25}{7}$
Csec	$\frac{5}{3}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{25}{7}$	$\frac{24}{25}$



a y $b \rightarrow$ catetos
 $c \rightarrow$ hipotenusa

Teorema de Pitágoras
 $a^2+b^2=c^2$

$$V = \frac{1/4}{2} = 1/8$$

3. Si $a=45^\circ$ calcular:

$$E = \frac{\tan(a - 8^\circ) \csc(a + 8^\circ)}{\sec a \cos a} + 1$$

Como $a=45^\circ$

$$E = \frac{\tan 37^\circ \csc 53^\circ}{\sec 45^\circ \cos 45^\circ} + 1 = \frac{\left(\frac{3}{4}\right)\left(\frac{4}{3}\right)}{\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)} + 1$$

$$E = \frac{\frac{3}{4}}{1/2} + 1 \quad E = \frac{5}{2}$$

4. **TE RETO:**

Si: $\sin \alpha = \frac{1}{3}$ y

$$\cos \theta = \frac{\sqrt{3}}{3},$$

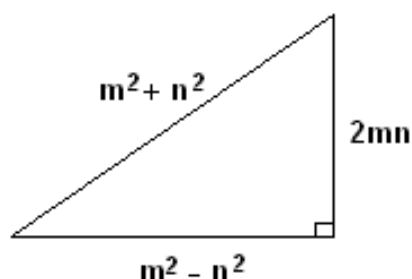
Calcular:

$$E = \frac{\csc^2 \alpha + \sec^2 \theta}{4} - \sqrt{3} \cos \alpha \sin \theta$$

$$\boxed{\text{Rpta.} = \frac{5}{3}}$$

TRIANGULOS PITAGÓRICOS

Se denominan de esta manera a aquellos triángulos rectángulos cuya medida de sus lados esta expresada por números enteros. Los lados de todo triángulo pitagórico tienen la siguiente forma:



a) $m=2$
 $n=1$

b) $m=3$
 $n=2$

c) $m=4$
 $n=1$

Ponte mosca:

$$\sin 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Ojo:

Las parejas de RT.
Recíprocas se observaron mejor así:

$\sin \theta$

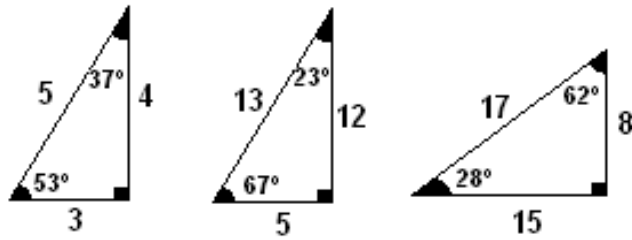
$\cos \theta$

$\tan \theta$

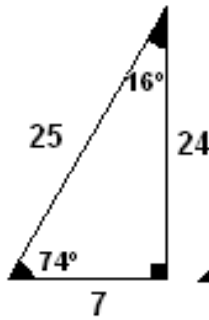
$\cot \theta$

$\sec \theta$

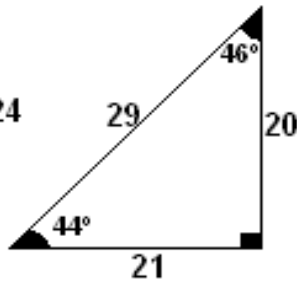
$\csc \theta$



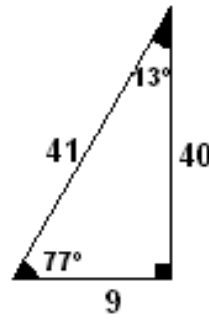
a) $m=4$
 $n=3$



b) $m=5$
 $n=2$



c) $m=5$
 $n=4$



Ejemplos:

1. Si $\theta = \frac{\pi}{12}$ rad. Calcular $R = \text{Sen}\theta \text{Cos}\theta + \text{Sec}\theta \text{Csc}\theta$

Resolución:

Como $\theta = \frac{\pi}{12}$ rad $\therefore$ pasando a $^\circ$ $\theta = 15$

Luego $R = \text{Sen}15 \text{Cos}15 + \text{Sec}15 \text{Csc}15$

$$R = \frac{(\sqrt{6} - \sqrt{2})}{4} \frac{(\sqrt{6} + \sqrt{2})}{4} + (\sqrt{6} - \sqrt{2})(\sqrt{6} + \sqrt{2}) = \frac{4}{16} + 4 = \frac{1}{4} + 4 = \frac{17}{4}$$

2. En el triángulo mostrado: $m=6$ $n=1$, Calcular: **$M=7,4 \text{ Cos}\alpha + 2,4 \text{ Ctg}\theta$**

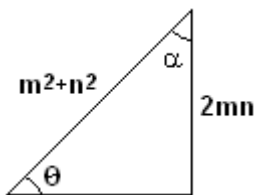
Resolución:

Como $m=6 \rightarrow m^2 + n^2 = 37$ y $2mn=12$

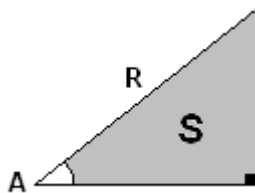
Por Pitágoras $b = \sqrt{37^2 - 12^2} = 35$

$$\therefore \text{Cos}\alpha = \frac{12}{37} \quad \text{Ctg}\theta = \frac{35}{12}$$

$$\text{Luego } M = 7,4 \left(\frac{12}{37} \right) + 2,4 (35/12) \rightarrow M = 2,4 + 7 = 9,4$$



3. En un triángulo rectángulo ABC ($A=90^\circ$) la Hipotenusa es R entonces el área del triángulo es:



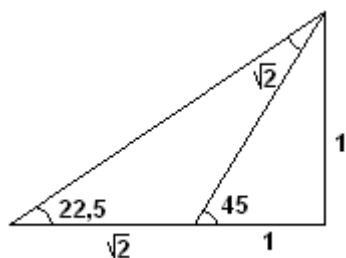
Resolución:

$$S = \frac{R^2}{2} \text{Sen}A \text{Cos}A$$

$$S = \frac{R^2}{4} \text{Sen}2A$$

$$\therefore \mathbf{S = 0,25 R^2 \text{ Sen}2A}$$

4. El valor de $\tan 22^\circ 30'$ es:



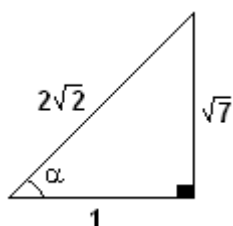
Resolución:

$$\tan 22^\circ 30' = \tan \frac{\text{Tan}}{2}$$

$$\therefore \tan 22^\circ 30' = \frac{1(\sqrt{2}-1)}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)} = \sqrt{2}-1$$

5. Si $\tan \alpha = \sqrt{7}$

Calcular: $\frac{(\sin \alpha + \cos \alpha)}{(\sin \alpha - \cos \alpha)}$ (α es agudo)



Resolución:

Reemplazando:

$$\frac{\frac{\sqrt{7}}{2\sqrt{2}} + \frac{1}{2\sqrt{2}}}{\frac{\sqrt{7}}{2\sqrt{2}} - \frac{1}{2\sqrt{2}}} = \frac{2(4 + \sqrt{7})}{6} = \frac{4 + \sqrt{7}}{3}$$

CONSTRUYENDO MIS CONOCIMIENTOS

1. Calcular la expresión:

$$Y = \frac{\sin 45^\circ \cdot \sin 30^\circ}{\cos 45^\circ \cdot \cos 30^\circ} + \frac{\tan 30^\circ \cdot \cotg 30^\circ}{\tan 60^\circ \cdot \cotg 60^\circ}$$

2. En un triángulo rectángulo uno de los catetos es el triple del otro, si $\emptyset$ es el mayor ángulo de dicho triángulo, entonces evaluar la siguiente expresión:

$$T = \frac{\sin \emptyset \cdot \tan \emptyset}{\cos \emptyset}.$$

3. Si $\tan \alpha = \sqrt{7}$, calcular $(\sin \alpha + \cos \alpha) / (\sin \alpha - \cos \alpha)$, (α es ángulo agudo).

4. Hallar el valor de:

$$y = [\sin a - \sin(a/2)] \cdot [\sin a + \sin(a/2)] \text{ Si } a = 60^\circ$$

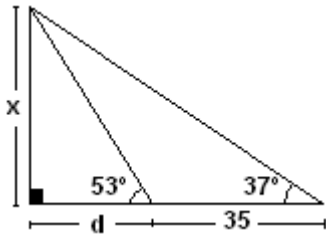
5. Calcular:

$$L = \frac{\sin(a+b) \tan(2a-3b)}{\tan \frac{(a+b)}{2}} - \frac{\tan(a+b)}{\sec(a-b)} \text{ Si } a = 45^\circ, b = 15^\circ$$

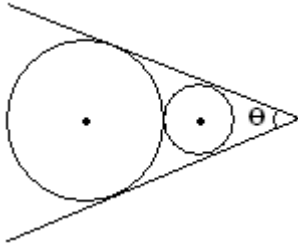
6. El perímetro de un triángulo es 338m. si la tangente de uno de sus ángulos agudos es 2,4 ¿Cuánto mide el cateto mayor?

7. Los lados de un triángulo rectángulo están en progresión aritmética de razón 5, si α es su mayor ángulo agudo. Hallar: $\csc \alpha + \cotg \alpha$

8. Hallar x en:



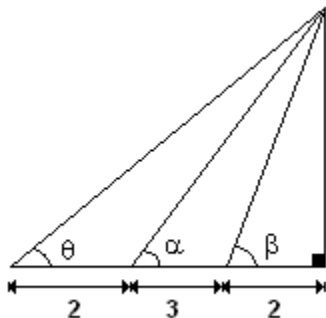
9. Del grafico mostrado las longitudes de los radios son: 12 y 5. Hallar el valor de $\cos \frac{\theta}{2}$.



REFORZANDO

MIS CAPACIDADES

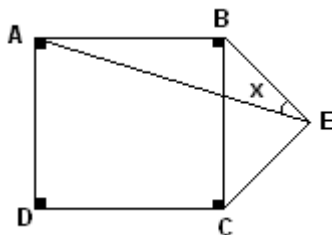
- En un triangulo rectángulo ABC; ($B=90^\circ$). Reducir:
 $E = \tan A \cdot \sin C - \cos C$
 A) 1 B) $\frac{1}{2}$ C) 0
 D) 2 E) 3
- En un triangulo rectángulo, recto en B se cumple: $2 \tan A = \csc C$
 Calcular: $\csc A$.
 A) $\frac{1}{3}$ B) 1 C) $\frac{1}{4}$
 D) 2 E) 3
- En un triangulo ABC, recto en B, si $b = 2\sqrt{ac}$. Calcular: $\tan A + \tan C$
 A) 2 B) 4 C) 16
 D) 8 E) 6
- Del grafico calcular: $E = \frac{\cot \theta + \cot \beta + \cot \alpha}{\cot \beta}$



- A) $\frac{1}{7}$ B) 7 C) $\frac{13}{5}$
D) $\frac{12}{7}$ E) 5
5. Sean α y β ángulo complementarios y $5 \operatorname{Tg} \alpha - 3 \operatorname{Ctg} \beta - 3 = 0$. Calcular:
 $E = \sqrt{13} (9 \operatorname{Sec} \beta - 4 \operatorname{Sec} \alpha)$
A) -15 B) 12 C) -13
D) 15 E) 13
6. Determinar el valor de x en:
 $x \operatorname{Csc}^2 30^\circ \operatorname{Tan} 37^\circ = 2x \operatorname{Sec} 60^\circ - 5 \operatorname{Sen} 37^\circ$
A) 3 B) 4 C) 5
D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{4}$
7. Determinar el valor de:

$$P = \frac{\operatorname{Cos} 60^\circ \cdot \operatorname{Csc}^2 45^\circ + \operatorname{Ctg} 60^\circ \cdot \operatorname{Tan} 30^\circ}{\operatorname{Sen} 45^\circ \operatorname{Sec} 45^\circ + \operatorname{Tan}^2 30^\circ}$$

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) 1
D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{3}{4}$
8. En un triángulo rectángulo ABC ($B=90^\circ$) reducir: $E = (\operatorname{Tan} A + \operatorname{Tan} C) \operatorname{Sen} A \cdot \operatorname{Sen} C$.
A) 1 B) 2 C) 3
D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{3}{2}$
9. En un triángulo rectángulo ABC, recto en C se cumple: $3 \operatorname{Sen} A = 2 \operatorname{Sen} B$.
Calcular: $E = \sqrt{13} \operatorname{Sen} A + 6 \operatorname{Tan} B$
A) 7 B) 9 C) 11
D) 13 E) 15
10. En la figura ABCD es un cuadrado y BEC un triángulo equilátero.
Hallar: $E = \operatorname{Tan}^2 x + \operatorname{Ctg}^2 x$



- a) 12 b) 14 c) 16
d) 18 e) n.a.

1. Decir verdadero (V) o falso (F) en un triángulo rectángulo; _____

() $\text{Sen} A = \text{Cos} C$

() $\text{Tg} A \cdot \text{Tg} C = 1$

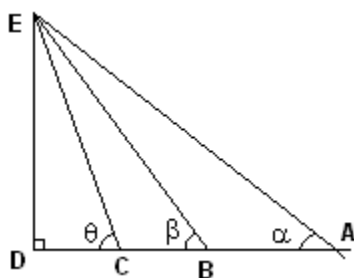
() $\text{Tg} A = \text{Tg} C$

2. Siendo α un ángulo agudo, tal que: $\text{Sen} \alpha = \frac{1}{2}$

Calcular: $A = 7 \text{Tg}^2 \alpha + 2 \text{Csc}^2 \alpha$

3. Si se cumple: $\frac{DC}{5} = \frac{AB}{3} = \frac{BC}{2}$

Calcular: _____



4. Si: _____ hallar:

$(\text{Sen } 3\alpha - \text{Cos } 3\alpha) \text{Ctg } 2\alpha \cdot \text{Ctg } 2\beta$

TEOREMA DEL COMPLEMENTO

Cualquier Razón Trigonométrica (R.T) de un ángulo agudo es igual a la Co-Razón Trigonométrica (Co-R.T.) del ángulo complementario.

Si " α " es un ángulo agudo:

$\Rightarrow \text{R.T.}(\alpha) = \text{Co-R.T.}(\text{Complemento de } \alpha)$

Donde: Complemento de $\alpha = 90^\circ - \alpha$

Ó

Si: $\text{R.T.}(\alpha) = \text{Co-R.T.}(\beta)$

$\Rightarrow \alpha + \beta = 90^\circ$

Se acostumbra decir que:

- La Razón Coseno es la Co-Razón de la Razón Seno y viceversa
- La Razón Cotangente es la Co-Razón de la Razón tangente y viceversa
- La Razón Cosecante es la Co-Razón de la Razón Secante y viceversa.

Ejemplos:

1. $\text{Sen} 20^\circ = \text{Cos } 70^\circ$

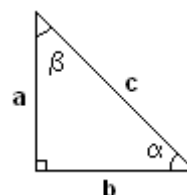
2. $\text{Cos} 40^\circ = \text{Sen} 50^\circ$

$10^\circ = \text{Ctg} 80^\circ$

4. $\text{Sen } \pi/3 = \text{Cos } \pi/6$

5. $\text{Sec} \alpha = \text{Csc}(\pi/2 - \alpha) \text{Tg}$

6. $\text{Csc} \alpha = \text{Sec}(90^\circ - \alpha)$



Razón	Co-Razón
seno	coseno
tangente	cotangente
Secante	cosecante

NO OLVIDES

$\text{Sen} \alpha \cdot \text{Csc} \beta = 1 \rightarrow \alpha = \beta$

$\text{Cos} \alpha \cdot \text{Sec} \beta = 1 \rightarrow \alpha = \beta$

$\text{Tan} \alpha \cdot \text{Ctg} \beta = 1 \rightarrow \alpha = \beta$

Por lo tanto:

$\text{Sen } 2x \cdot \text{Csc} 26 = 1$

$\rightarrow x = 13^\circ$

Porqué $2x = 26^\circ$

Si $\alpha + \beta = 90^\circ$ se cumple:

Razón (α) = Co-Razón (β)

$\text{Sen} \alpha = \text{Cos} \beta$

$\text{Tan} \alpha = \text{Ctg} \beta$

$\text{Sec} \alpha = \text{Csc} \beta$

TEOREMA DEL SUPLEMENTO

Cualquier R.T de un ángulo agudo es igual al negativo de R.T. del ángulo suplementario, excepto para el Seno y la Cosecante que vienen a ser positivos.

Si " α " es un ángulo agudo:

$$\Rightarrow R.T.(\alpha) = \pm R.T.(\text{suplemento de } \alpha) \begin{cases} + : \text{Sen y Csc} \\ - : \text{Cos, Tg, Ctg} \\ \text{y Sec} \end{cases}$$

Donde: Suplemento de $\alpha = 180^\circ - \alpha$

Ó

$$\text{Si: } R.T.(\alpha) = \pm R.T.(\beta) \begin{cases} + : \text{Sen y Csc} \\ - : \text{Cos, Tg, Ctg} \\ \text{y Sec} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \alpha + \beta = 180^\circ$$

Ejemplos prácticos:

1. $\text{Sen} 50^\circ = \text{Sen } 130^\circ$
2. $\text{Tg } 45^\circ = -\text{Tg } 135^\circ$
3. $\text{Cos } 60^\circ = -\text{Cos } 140^\circ$
4. $\text{Csc } 70^\circ = \text{Csc } 110^\circ$
5. $\text{Sec } 40^\circ = -\text{Sec } 140^\circ$
6. $\text{Ctg } 80^\circ = -\text{Ctg } 100^\circ$

Ejemplos:

1. Si $\text{Sen}(\alpha - 20^\circ) = \text{Cos}(\theta - 40^\circ)$, α y θ son ángulos agudos. Hallar $\text{Ctg}(\alpha + \theta)$.

Solución: Como Seno y Coseno son Co-Razones

$$\Rightarrow (\alpha - 20^\circ) + (\theta - 40^\circ) = 90^\circ$$

$$\alpha + \theta = 150^\circ$$

$$\text{Luego: } \text{Ctg}(\alpha + \theta) = \text{Ctg}(150^\circ) = \text{Ctg}(180^\circ - 150^\circ)$$

$$\therefore \text{Ctg}(\alpha + \theta) = \text{Ctg}(30^\circ) = -\sqrt{3}$$

2. ¿Cuál es el valor de " x " para que se cumpla que: $\text{Tg}(7x - 30^\circ) = \text{Tg}(3x + 50^\circ)$

Solución: Como es la misma R.T. Tangente pero de signo cambiado:

$$\Rightarrow (7x - 30^\circ) + (3x + 50^\circ) = 180^\circ$$

$$10x = 160^\circ$$

$$\therefore \boxed{x = 16^\circ}$$

3. Hallar x , si cumple lo siguiente:

$$\text{Tg}(4x + 5^\circ) = \text{Ctg}(2x + 25^\circ)$$

Solución: Como tangente y Cotangente son Co-Razones:

$$\Rightarrow (4x + 5^\circ) + (2x + 25^\circ) = 90^\circ$$

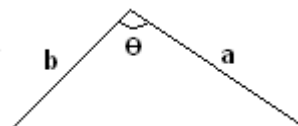
$$6x = 60^\circ$$

$$\therefore x = 10^\circ$$

4. Hallar x , si se cumple que: $\text{Csc}(3x + 18^\circ) = 0$

Área de un Triángulo

Conociendo sus 2 lados y su ángulo comprendido.



$$A = \frac{1}{2}(a)(b)\text{Sen}\theta$$

Tu Puedes:

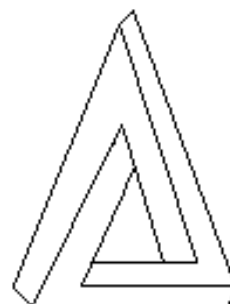
$$\text{Sen}(2x + 20^\circ) = \text{Cos}(y + 10^\circ)$$

$$\text{Sen}(x - 40^\circ) \text{Csc}(y - x) = 1$$

$$\text{Calcular: } \frac{\text{Sen}(x + 55^\circ)}{\text{Cos}y}$$

Resolución:

TRIÁNGULO DE PENROSE



¿Sabes que tiene de raro este triángulo?

Solución:

Se tiene que: $\text{Csc}(5x + 12^\circ) - \text{Csc}(3x + 18^\circ) = 0$
 $\text{Csc}(5x + 12^\circ) = \text{Csc}(3x + 18^\circ)$

Como es la misma R.T. Cosecante se tiene 2 casos:

1er caso: Que los ángulos sean iguales

$$\Rightarrow (5x + 12^\circ) = (3x + 18^\circ)$$

$$2x = 6^\circ$$

$$\therefore x = 3^\circ$$

2do caso: Que los ángulos sean suplementarios

$$\Rightarrow (5x + 12^\circ) + (3x + 18^\circ) = 180^\circ$$

$$8x = 150^\circ$$

$$\therefore x = 18,75^\circ$$

5. ¿Cuál es el valor de x?, para que se cumpla lo siguiente:

$$\text{Cos}(5x - 5^\circ) + \text{Cos}(4x + 50^\circ) = 0$$

Solución:

Se tiene que: $\text{Cos}(5x - 5^\circ) + \text{Cos}(4x + 50^\circ) = 0$

$$\Rightarrow \text{Cos}(5x - 5^\circ) = -\text{Cos}(4x + 50^\circ)$$

Como es la misma R.T Coseno pero de signos cambiados se tiene que los ángulos son suplementarios:

$$(5x - 5^\circ) + (4x + 50^\circ) = 180^\circ$$

$$9x = 135^\circ$$

$$\therefore x = 15^\circ$$

CONSTRUYENDO MIS CONOCIMIENTOS

- Si: $\text{Tg}(x + 35^\circ) \cdot \text{Tg}(2x + 10^\circ) = 1$
Calcular: $\text{Sen } x \cdot \text{Cos } x$.
- Sabiendo que: $\text{Tg}(2x + y) \cdot \text{Ctg } 40^\circ = 1$ $\text{Sen}(x - y) = \text{Cos } 70^\circ$
Calcular: $2x - 5y$
- Si: $\text{Sec}(2B - A) = -\text{Sec}(A + B)$
Calcular: $3(\text{Tg} B - \text{Csc } B)$
- Si: $\text{Sen } 2x \cdot \text{Csc } 40^\circ = 1$
Hallar: "x".
- Calcular:
 $\text{Tg } 10^\circ \cdot \text{Tg } 80^\circ \cdot \text{Sec } 70^\circ$
- Si se cumple que:
 $\text{Sen}(20^\circ + x) \cdot \text{Sec}(18^\circ + x) = \text{Sen } 5^\circ \cdot \text{Sec } 85^\circ$
Hallar: "x".
- Si $\theta = 10^\circ$
Calcular: $E = \frac{\text{Sen } 5\theta \cdot \text{Sec } 4\theta}{\text{Cos } 2\theta \cdot \text{Csc } 7\theta}$
- Si $\text{Tan}(\alpha + \beta + \theta + \aleph) \cdot \text{Tan}(\alpha + \aleph - \beta - \theta) = 1$ Calcular: $K = 3\alpha + 3\aleph$
- Si $\text{Sen}(x + 10^\circ) \cdot \text{Sec}(\beta - 10^\circ) = 1$
Calcular: $M = \text{Sen } x \cdot \text{Sec } \beta \cdot \text{Cos } x \cdot \text{Csc } \beta$

10. Calcular $X = x = \overline{ab} - \overline{cd}$ si:

$$a = \frac{\cos 45^\circ \csc 30^\circ \sec 45^\circ}{\tan 45^\circ \cos 60^\circ \tan 74^\circ \tan 16^\circ} \quad d = \frac{\csc 30^\circ \cos 60^\circ \sec 45^\circ - \sin 45^\circ}{0,2 \sec 53^\circ \cdot \cos 60^\circ \cdot \tan^2 60^\circ} \quad c = \frac{3 \sin 53^\circ \cdot \csc 37^\circ}{4 \sin \frac{120^\circ}{a} + \frac{1}{2} \tan \frac{\pi}{a} + \cos \frac{240^\circ}{c}}$$

REFORZANDO

MIS CAPACIDADES

1. Si $\alpha = 9^\circ$, Calcular:

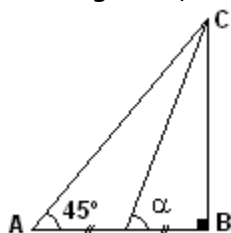
$$\sin^3 \alpha \sec 7\alpha + \tan 2\alpha \cdot \tan 8\alpha + \sec 4\alpha \sin 6\alpha + \cot 5\alpha$$

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

2. Marque una V si es verdadero o F si es falso:

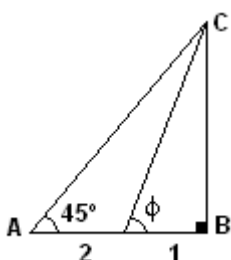
- () $2\cos^2 30^\circ - 1 = \cos 60^\circ$
 () $\sin 32^\circ - \cos 58^\circ = 0$
 () $\csc 12^\circ + \sec 78^\circ = 2\csc 12^\circ$
 A) VFV B) VVF C) VVV
 D) FFF E) FFV

3. Del grafico, obtener $\tan \alpha$ si: $AB = BC$.



- A) 1 B) 2 C) 3
 D) 1,5 E) 2,5

4. Del grafico, obtener $\tan \phi$.



- A) 3 B) 6 C) 5
 D) 2 E) 4

5. Del siguiente sistema:

$$\tan(x + \alpha) = \cot(2x - \alpha)$$

$$\sec(y + 60^\circ) \cdot \cos(3y - 30^\circ) = 1$$

$$\text{Calcular: } K = \frac{\sin x}{\tan y}$$

- A) $\frac{3}{4}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{2}{3}$
 D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{4}$

6. Dado el sistema de ecuaciones:

$$\sin(x - 18^\circ) \cdot \sec(y + 18^\circ) = 1$$

$$\cos(x - 18^\circ) \cdot \sec(y + 18^\circ) = 1$$

- A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{4}{3}$ C) $\frac{7}{3}$
 D) $\frac{7}{6}$ E) $\frac{5}{3}$
7. Resolver:
 $\text{Sen}(x+10^\circ) - \text{Cos}(2y-10^\circ) = 0$
 $\text{Tg}(2x+20^\circ) - \text{Ctg}(y-5^\circ) = 0$
 a) $10^\circ; 35^\circ$ b) $15^\circ; 35^\circ$ c) $20^\circ; 35^\circ$
 d) $20^\circ; 30^\circ$ e) $25^\circ; 35^\circ$
8. Calcular: $\text{Csc}x$, si:
 $\text{Sen}(2\text{Sen}x+1) \cdot \text{Csc}(\text{Sen}x+0,5) = 1$
 a) -2 b) -1 c) $-\frac{1}{2}$
 d) $\frac{1}{2}$ e) 1
9. Si $\text{Sen}\phi = \frac{5}{13}$
 $\text{Ctg}\theta = \frac{5}{12}$
 Hallar: $\phi + \theta$
 a) 60° b) 90° c) 75°
 d) 53° e) 45°
10. Calcular:

$$\frac{\sqrt{3}\text{Tg}30^\circ + \text{Sec}^2 45^\circ + \text{Csc}30^\circ}{5\text{Sen}37^\circ + \text{Sec}60^\circ}$$

 a) 1 b) 2 c) 3
 d) $\frac{1}{2}$ e) $\frac{1}{3}$
11. Determinar los menores valores positivos de los arcos "x" e "y" para lo cual:
 $2\text{Cos}(2x+y) - 1 = 0$
 $1 - 2\text{Sen}(3x-y) = 0$
 a) 36° y 24° d) 24° y 18°
 b) 18° y 24° e) 36° y 18°
 c) 18° y 24°
12. Si $\alpha = 7,5^\circ$, calcular:

$$R = \frac{\text{Sen}\alpha}{\text{Cos}11\alpha} + \frac{\text{Cos}2\alpha}{\text{Sen}10\alpha} + \frac{\text{Sen}3\alpha}{\text{Cos}9\alpha} + \frac{\text{Cos}4\alpha}{\text{Sen}8\alpha} + \frac{\text{Sen}5\alpha}{\text{Cos}7\alpha}$$

 a) 4 b) 5 c) $\frac{5}{2}$
 d) 2 e) 1
13. Calcular "x" e "y", si:
 $\text{Sec}(x+y) = \text{Csc}20^\circ$
 $\text{Tg}(x-y) \cdot \text{Ctg} 40^\circ = 1$
 a) $55^\circ; 15^\circ$ d) $60^\circ; 10^\circ$
 b) $40^\circ; 30^\circ$ e) n.a.
 c) $45^\circ; 25^\circ$
14. Hallar " α " y " β " en
 $\text{Tan}(3\alpha - 35) = \text{Ctg}(90 - \beta) \dots (1)$
 $2\beta - \alpha = 15^\circ \dots (2)$
 a) 17° y 16°
 b) 17° y 18°
 c) 16° y 17°
 d) N.a

EVALUACIÓN

1. Sabiendo que: $Tg\ 3x = \underline{\hspace{2cm}}$, hallar el valor de $E = \frac{Tg^2\ 6x + Ctg^2\ 3x}{Sec6x + Csc3x}$
2. Si se cumple: $Tg\ \alpha = \underline{\hspace{2cm}}$ (α :agudo)
Calcular: $Sen\ \alpha + Cos\alpha$
3. Si α es agudo y $Cos\alpha = \frac{2Sec10^\circ}{Csc80^\circ + 2Sec10^\circ}$
 $\underline{\hspace{2cm}}$
4. Si:
A= $Tan1^\circ \cdot Tan2^\circ \cdot Tan3^\circ \dots Tan45^\circ$
B= $Tan46^\circ \cdot Tan47^\circ \cdot Tan48^\circ \dots Tan89^\circ$
Calcular:
 $\underline{\hspace{2cm}}$